Контрольная работа по математическому анализу N 2

ВАРИАНТ 2

1. Вычислить площадь области, ограниченную кривой

$$(x^2+y^2)^3 = a^2(x^4+y^4),\ a>0.$$

2. Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_L x^2y dx - xy^2 dy\ ,$$

где L — часть нижней дуги окружности $x^2+y^2=4$, пробегаемая от точки $(-2,0)$ до точки $(0,-2)$.

3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью

$$\left(x^2+y^2+z^2\right)^3 = az\left(x^2+y^2\right)^2,\ a>0.$$

4. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_S \left(x^2+y^2+z\right) dS,$$

где S — часть поверхности конуса $z=\sqrt{x^2+y^2}$, ограниченная цилиндром $x^2+y^2=2ay$, $a>0$.

5. Проверив, что подинтегральное выражение представляет собой полный дифференциал, вычислить криволинейный интеграл

$$\int_{(1;3;1)}^{(3;1;3)} x(y^2+z^2)dx + y(x^2+z^2)dy + z(x^2+y^2)dz.$$

6. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_S x^3dydz + y^3dzdx + z^3dxdy,$$

где S - внешняя сторона поверхности конуса $\sqrt{x^2+y^2} \le z \le 1$.

7. Используя формулу Стокса, найти циркуляцию вектора $\bar{a} = (y^2-z^2)\bar{i} + (z^2-x^2)\bar{j} + (x^2-y^2)\bar{k}$ вдоль замкнутого контура C, образованного пересечением цилиндра $x^2+xy+y^2=2$ и плоскости $x+y+z=1$, который положительно ориентирован на верхней стороне этой плоскости.

8. Используя формулу Гаусса-Остроградского, найти поток вектора $\bar{a} = x^2\bar{i} + y^2\bar{j} + z^2\bar{k}$ через поверхность сферы $x^2+y^2+z^2=2Rz$, $R>0$.